

Matematikken bag paraboler og TICRA's avancerede paraboler

Bjørn Grøn og Oscar Borries
Intermat, DTU
29-4-2022

Fagkonsulent for stx og HF
Fagkonsulent for Almen Studieforbereelse

Rysensteen Gymnasium, Kbh

Lærebogssystemet *Hvad er matematik?*

[Hvad er matematik - LRU.dk \(praxis.dk\)](#)

Film: *10 danske matematikere – 10 matematiske fortællinger*

[10 danske matematikere - LRU.dk \(praxis.dk\)](#)

- og tilhørende projektmaterialer

Film: *Træk virksomhederne ind i undervisningen*

[Træk virksomhederne ind i undervisningen - LRU.dk \(praxis.dk\)](#)

- og tilhørende undervisningsmaterialer – **Hent dette!**

Formål:

- at demonstrere, at **matematik** er et fag i konstant udvikling, der arbejder med at løse vigtige opgaver
- at præsentere **matematikere** som engagerede mennesker, der via deres uddannelse har fået en bred palette af muligheder i deres arbejdsliv
- at give lærere muligheder for at inddrage **autentiske problemstillinger** i undervisningen
- at stimulere **eleverne** til **at studere matematikholdige uddannelser**

Træk virksomhederne ind i undervisningen:

[Træk virksomhederne ind i undervisningen \(praxis.dk\)](https://praxis.dk)

Første klip:

- **Intro og samtale med en bruger (DMI) første 5 minutter**

Vi bemærker: Det er en traditionel paraboloid / genereret af en traditionel parabel

- **Geometrisk definition** – slå op s 16 – 17
- **Aktiver geogebrafilen midt s. 17 – træk i P: Det ligner en parabel som vi kender den – men er det det?**
- **Prøv selv at argumentere for det – hint: Brug Pythagoras**

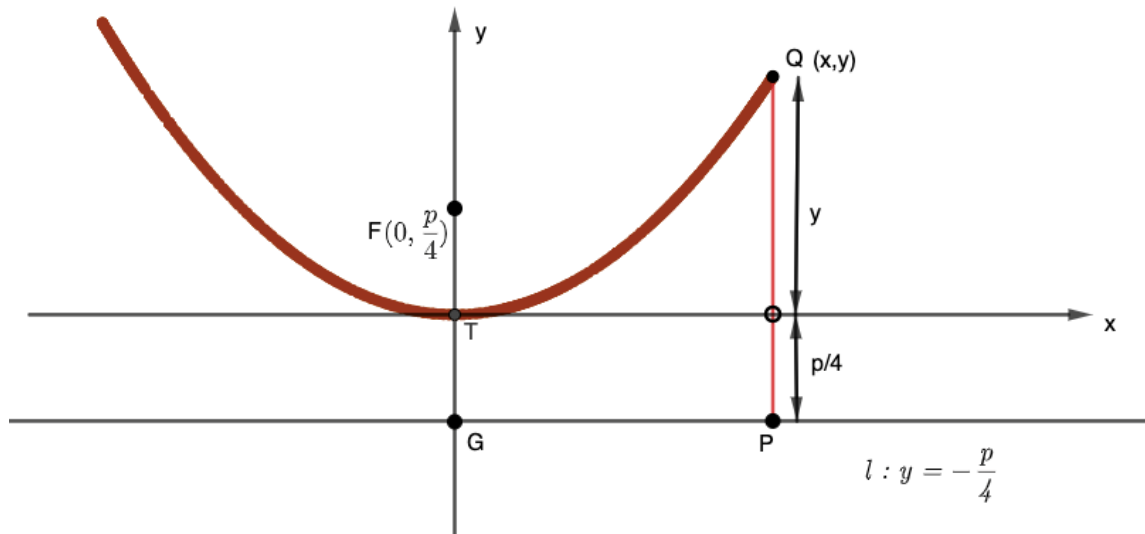
Argument for ækvivalensen af de to definitioner

Se på tegningen:

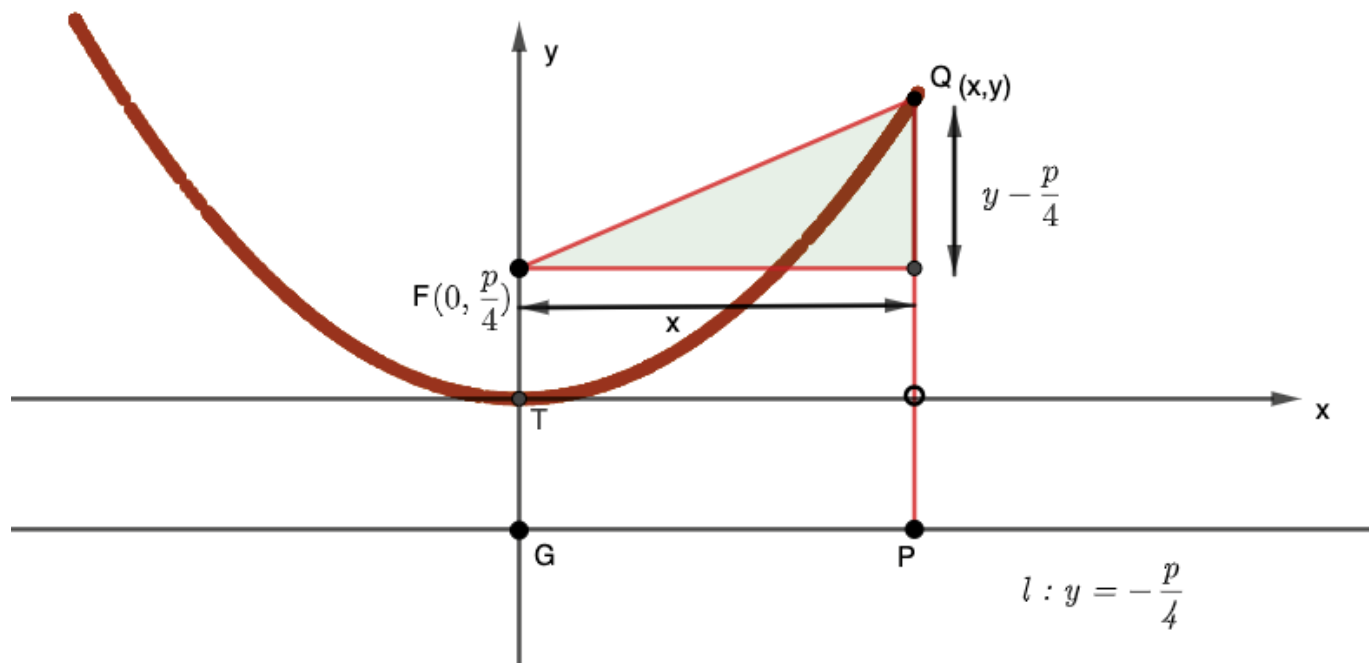
Vi har givet F koordinater.

Argumenter for ledelinjens ligning

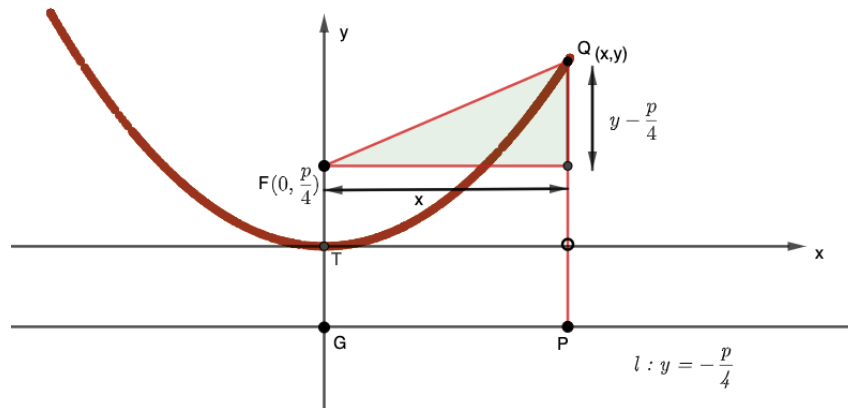
Opstil en ligning, der gælder for koordinaterne (x,y) – **hint: Pythagoras!**



Se på tegningen:



Se på tegningen: (s. 20)



Se på udregningen: (s. 20)

$$FQ^2 = QI^2$$

$$x^2 + \left(y - \frac{p}{4}\right)^2 = \left(y + \frac{p}{4}\right)^2$$

$$x^2 + \cancel{y^2} - \frac{1}{2} \cdot p \cdot y + \frac{\cancel{p^2}}{16} = \cancel{y^2} + \frac{1}{2} \cdot p \cdot y + \frac{\cancel{p^2}}{16}$$

$$x^2 - \frac{1}{2} \cdot p \cdot y = \frac{1}{2} \cdot p \cdot y$$

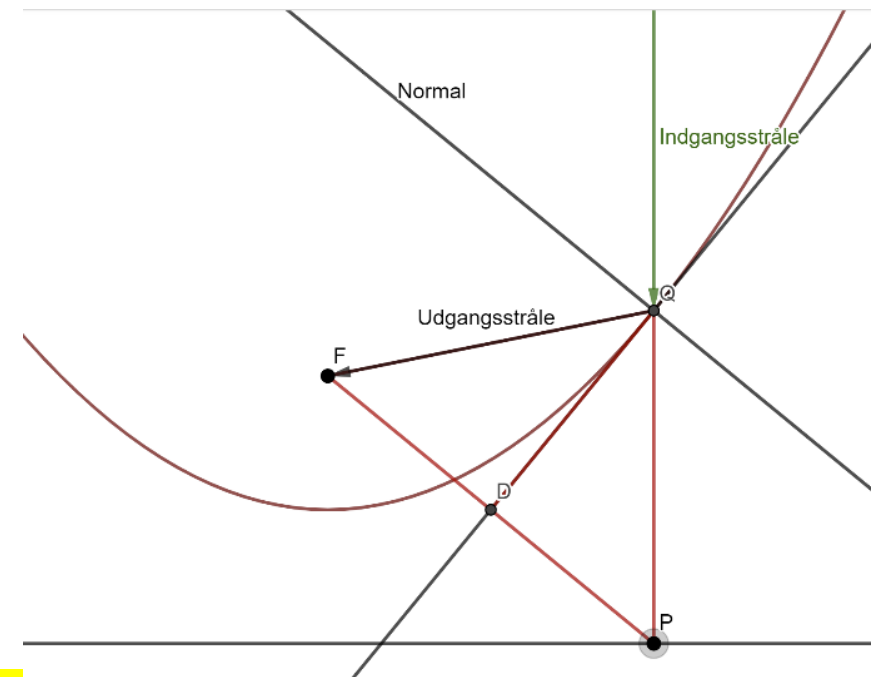
$$x^2 = p \cdot y$$

$$y = \frac{1}{p} \cdot x^2$$

Hvad mener vi med brændpunkt?

- s 23:

- Aktiver geogebrafilen
- Kan vi argumentere for:
- Alle udgangsstråler lander i samme punkt? –
- (Hjælp: Vis at linjen FQ bliver udgangsstråle, når det oplyses, at tangenten kan vises at være midtnormal i trekanten



Brændpunktets egenskaber opdages på eksperimentarieret



Avanceret parabolteknologi,

- lille klip: fra filmen 20.17-21.50

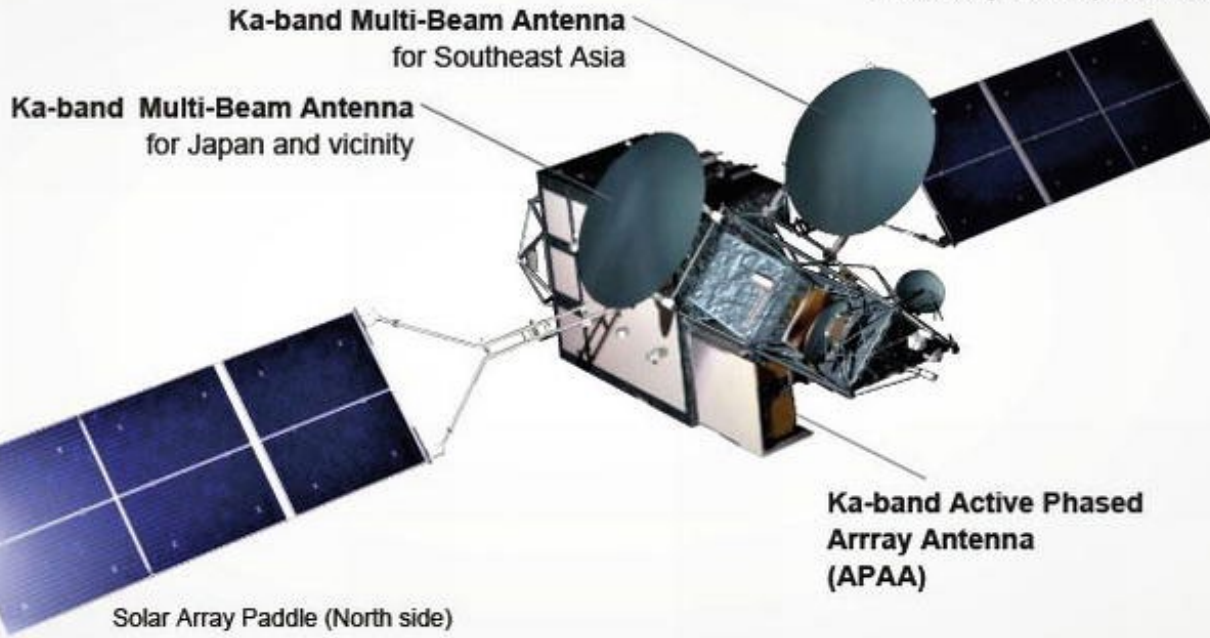
Rummet og reflektorantennner

- Oscar Borries, 35 år, Head of Mathematics & AI
 - Civilingeniør i matematik fra DTU
 - Erhvervs Ph.D. i anvendt matematisk feltteori fra DTU + TICRA.
 - Til daglig leder af et team af 8 matematik ingeniører samt bestyrelsesformand i TICRA Fond
- TICRA er en erhvervsdrivende fond, der hovedsageligt laver software der bruges til at designe antenner indenfor space-segmentet, altså kommunikation til/fra rummet.
 - 50 MDKK i omsætning, cirka 40 medarbejdere.
 - Cirka 200 aktive kunder, ESA, NASA, Northrop-Grumman, Airbus, Boeing osv er storkunder.

Space intro



Solar Array Paddle (South Side)

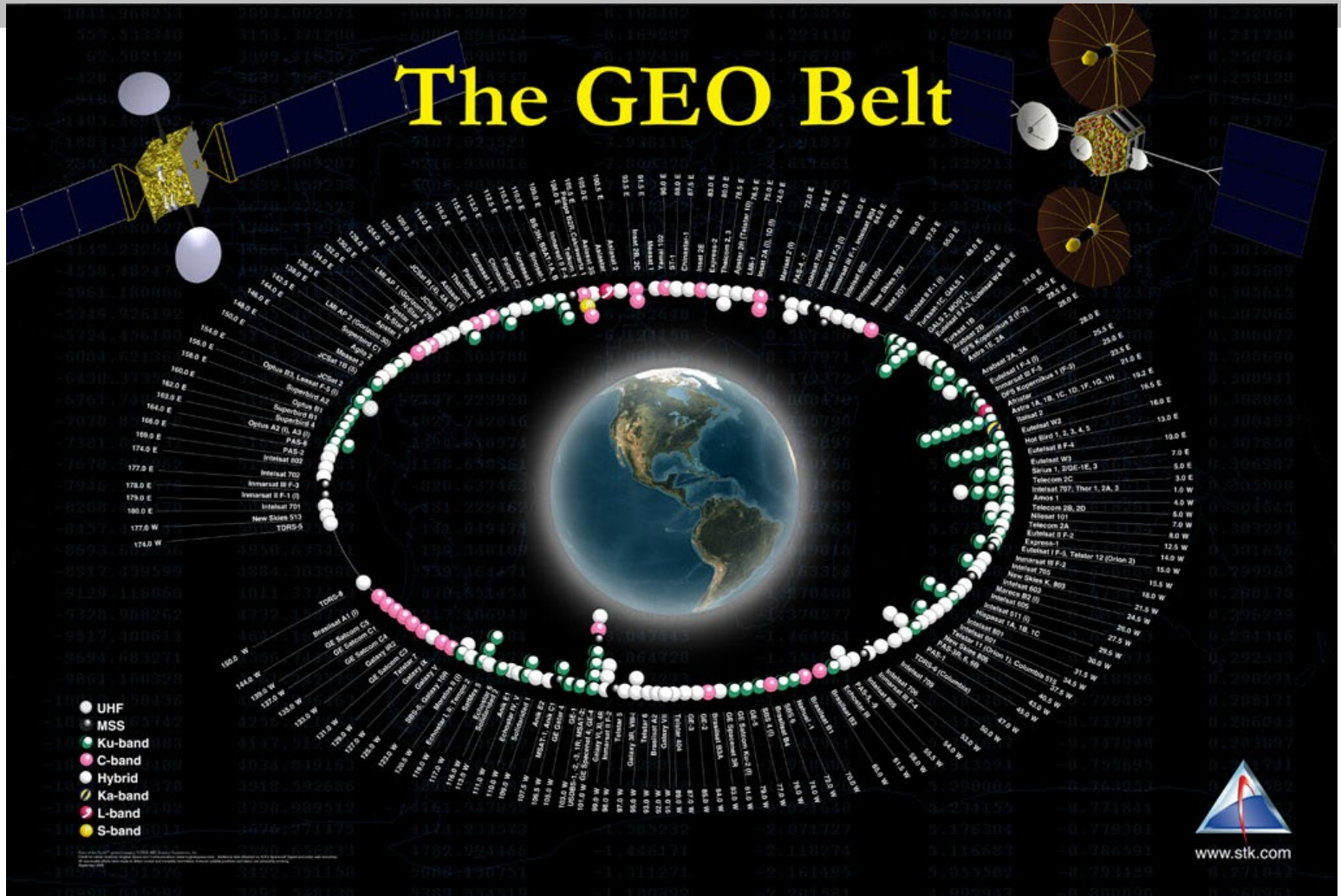


- Det koster cirka 200 millioner USD at designe, bygge, teste og deploye en stor satellit i den geostationære bane.
- Når en satellit sendes op, skal den kunne klare ekstreme rystelser og temperatur forskelle.
 - Temperaturforskellene er cirka 200 grader fra sol til skygge
 - Rystelser kommer fra akustik
- Rumskrot er et reelt problem!
- ... men uden satellit baseret kommunikation, search-and-rescue, internet osv, så kommer vi ingen vegne...

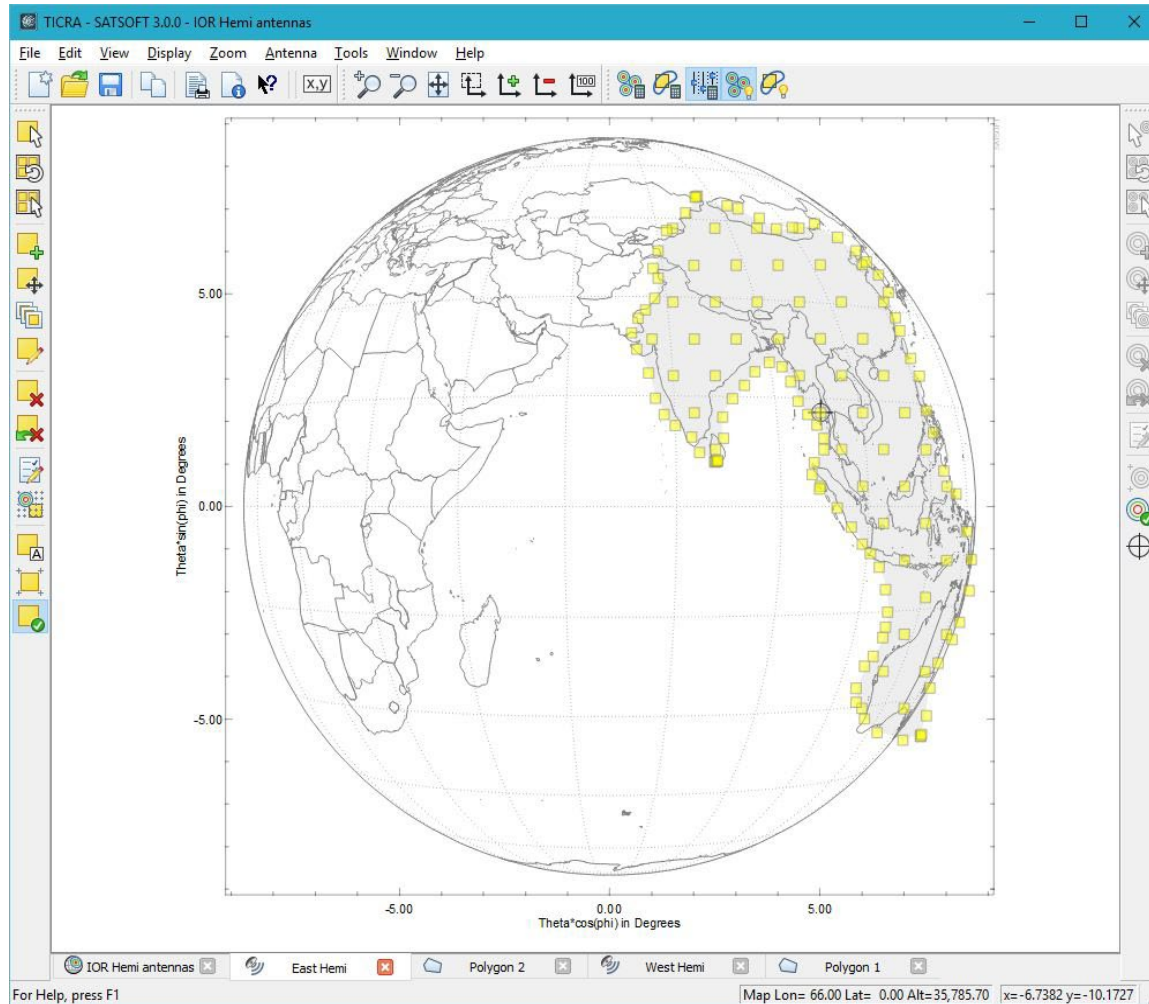


Contoured beam reflectors



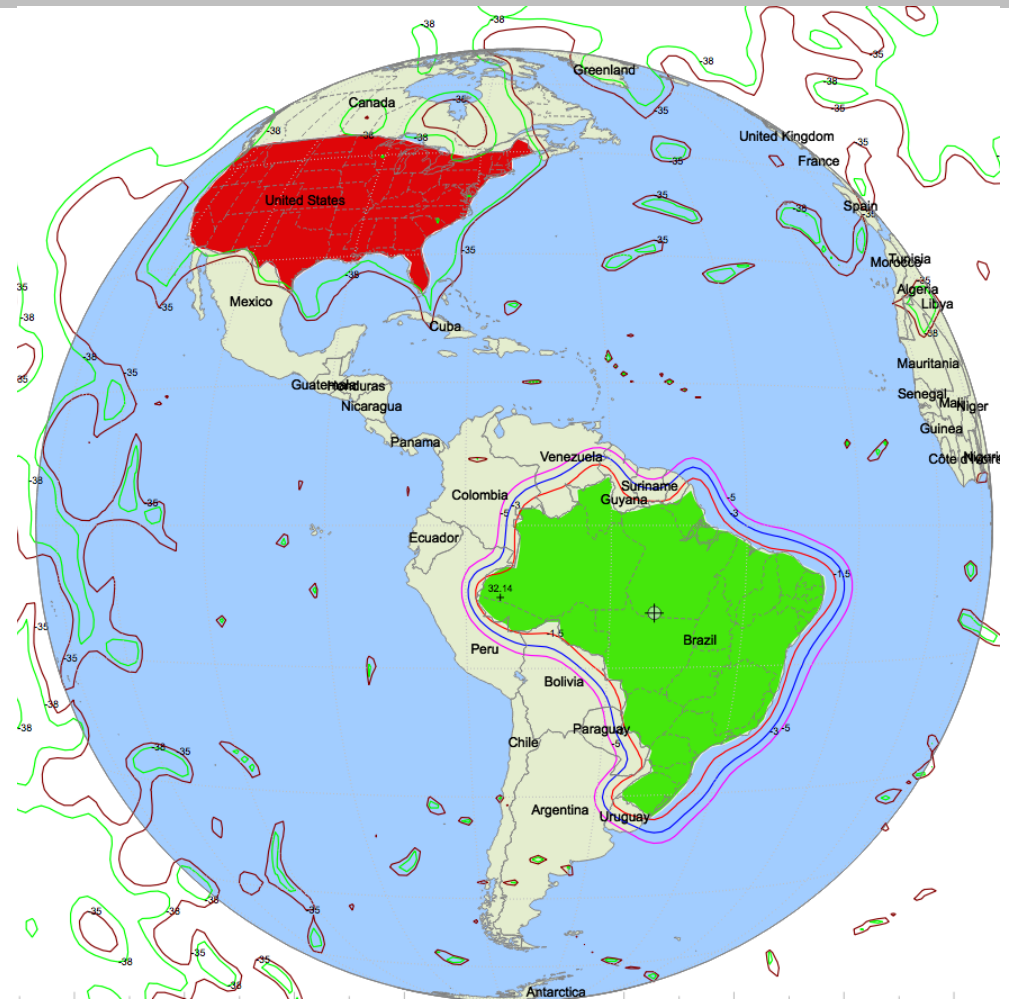


Problem statement

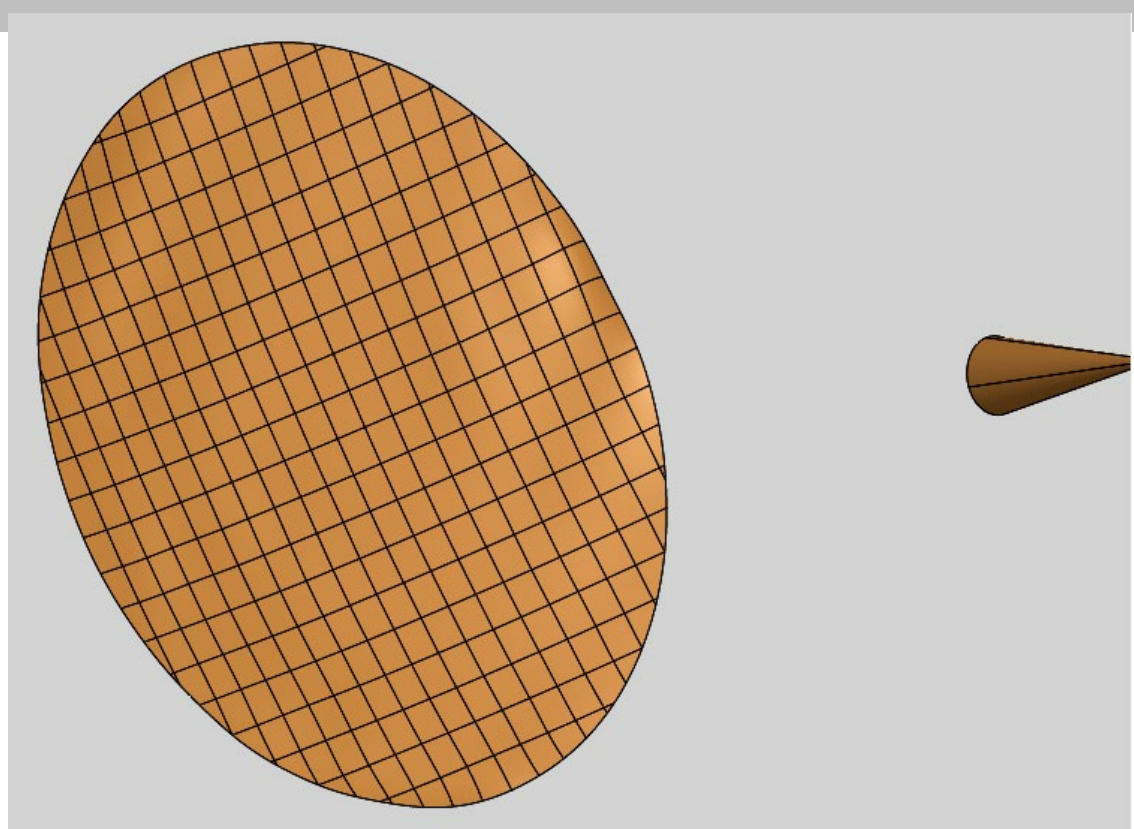


Example

- Dual reflector system.
- $N=1442$ variables.
- $M=20668$ stations.
- $P=61344$ constraints.
 - e.g. maximum radius of curvature



Physical Optics Shaping - POS

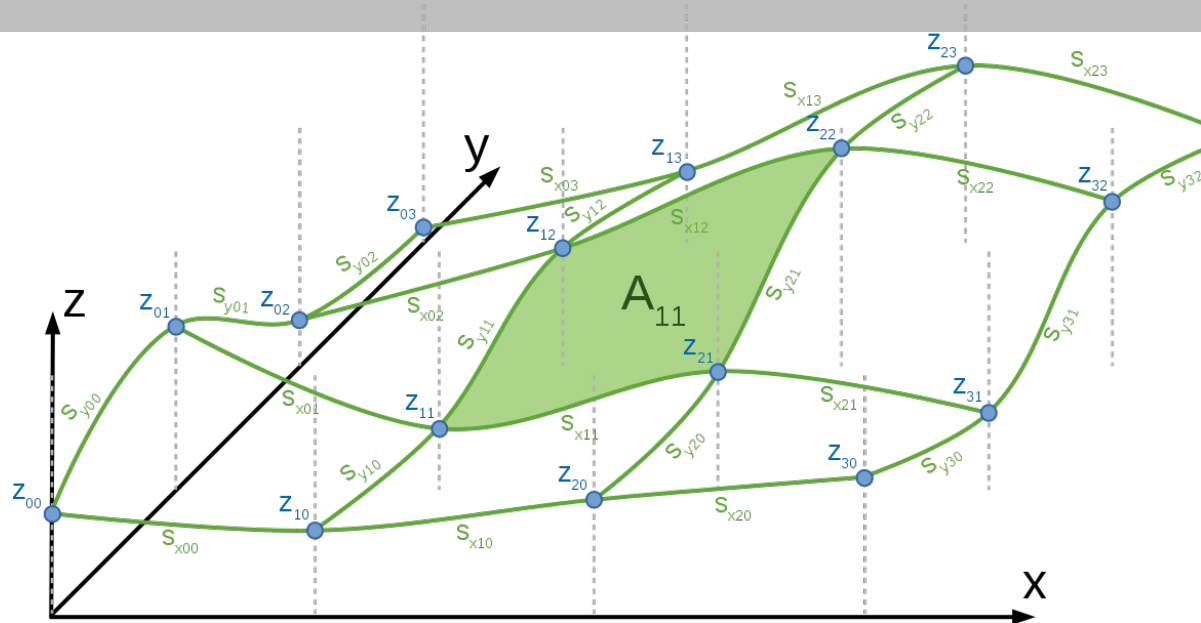


Splines demonstreret i maple

- Stykkevis definerede kurver, der stykkes ikke bare glat sammen, men også så krumningerne stemmer overens
- (demonstreres kort i maple)

Splines er beslægtet med **Bezierkurver**, som vi måske når at lege med

- En generel måde at beskrive overflader på.
- Kan defineres på mange måder. Til højre defineret ved dets interpolerende punkter.
- Herunder defineret analytisk, ved nogle koefficienter (c_{ij}).
- Grundredskab i meget geometrisk software.



$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} t^{i-1} u^{j-1}$$

- Aperture efficiency trade off optimering. Variabel er feed position.
- Analytisk vs numerisk optimering

TICRA Tools 22.0 (Mac OS X Intel 64-bit)

TICRA Tools found 16 CPU threads
Enabled products: CHAMP 3D, ESTEAM, ESTEC_ADD_ON, GRASP, POS, QUPES, UQ

----- TASK No. 1 ----- Started at 9:59:13 on April 27, 2022

optimisation_manager get_optimum ()

Optimising 1 residual across 1 goal object
with respect to 1 unknown across 1 variable object

Optimisation initiated

====> Initial Object Func. value: 0.1194012E+02

====> Iteration no. 1 , Object Func. value: 0.1717144E+02

====> Iteration no. 2 , Object Func. value: 0.1470112E+02

====> Iteration no. 3 , Object Func. value: 0.1397701E+02

====> Iteration no. 4 , Object Func. value: 0.1256181E+02

====> Iteration no. 5 , Object Func. value: 0.1224885E+02

====> Iteration no. 6 , Object Func. value: 0.1166272E+02

====> Iteration no. 7 , Object Func. value: 0.1142304E+02

====> Iteration no. 8 , Object Func. value: 0.1741196E+01

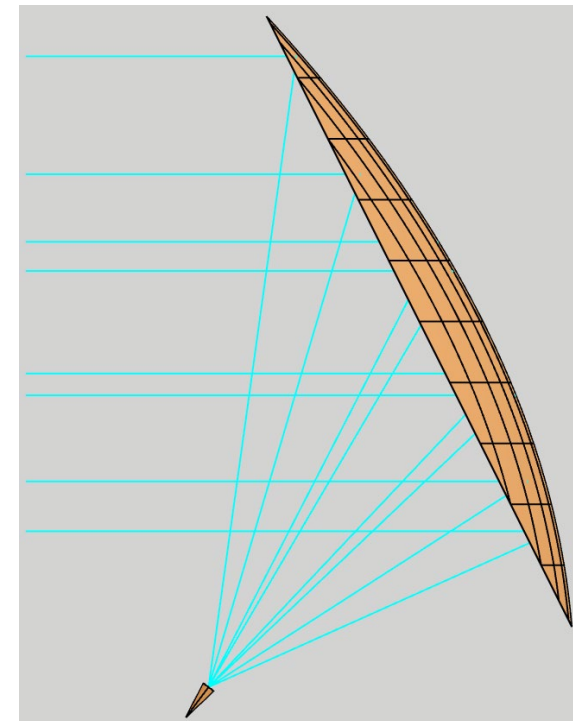
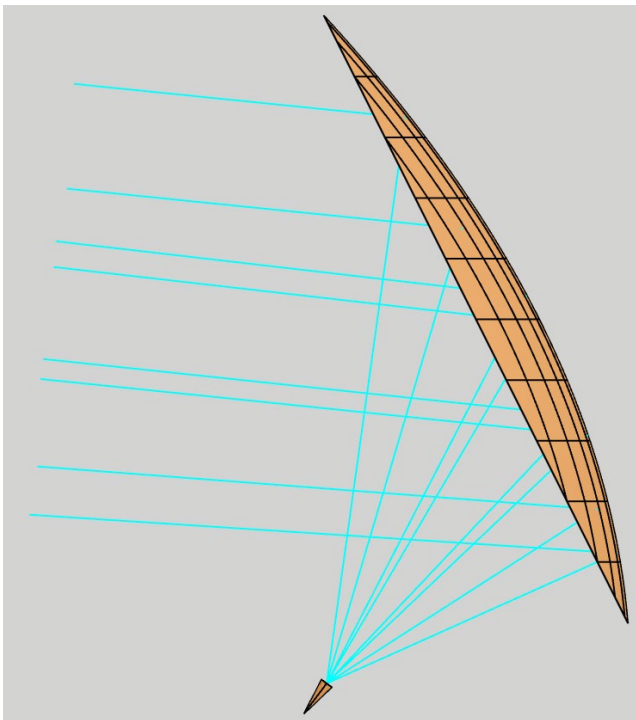
====> Iteration no. 9 , Object Func. value: 0.1717144E+02

====> Iteration no. 10 , Object Func. value: 0.1108739E+02

====> Iteration no. 11 , Object Func. value: 0.1585278E+01

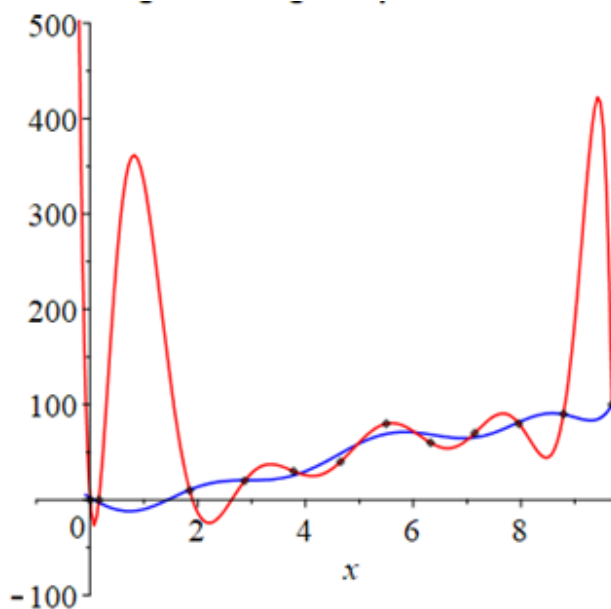
====> Iteration no. 12 , Object Func. value: 0.1458976E+01

====> Iteration no. 13 , Object Func. value: 0.2011893E+01



Hvorfor ikke bare polynomier? Runges eksempel

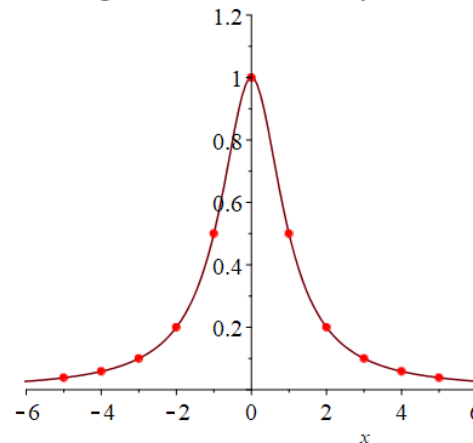
Usain Bolts løbemønster



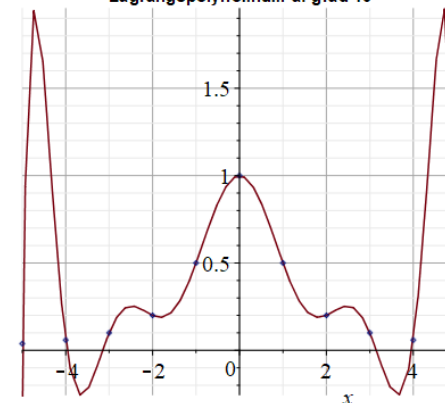
Runges eksempel

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Runges funktion med 11 datapunkter



Runges eksempel - dataværdier og Lagrangepolynomium af grad 10



Lege med og måske regne på Bezierkurver



Hente projekt 3.1 i ekstramaterialerne

- Lege med det – side 1
- Sætte sig ind i den grundlæggende ide – side 2